



Nome completo: _____

--	--	--	--	--	--

Número:

Instruções

- **Identifique todas as folhas** (incluindo esta) com o seu número e nome nos campos assinalados.
- Pode **desagrar** e entregar as folhas soltas. Faça-o com cuidado, para não rasgar as folhas nem dificultar a leitura pelo scanner automático.
- Prova sem consulta, exceto um máximo de seis páginas A4 (incluindo o formulário) que traga já preenchidas com o que achar necessário, **exceto exercícios ou exames resolvidos**.
- Escreva **a caneta** (azul ou preta).
- Só é permitido o uso de calculadoras com as **funções básicas de uma calculadora científica** (não são permitidas calculadoras programáveis, gráficas, nem com acesso a internet ou IA).
- **Cada pergunta vale 1 valor**; a cotação de cada grupo é igual ao seu número de perguntas.
- **Respostas numéricas**: escreva cada valor em **notação científica** nas células, com sinal, um algarismo, ponto, duas casas decimais e, à direita de $\times 10$, o expoente (sinal e algarismo). Exemplos: $810 = +8,10 \times 10^{+2}$; $0,0195 = +1,95 \times 10^{-2}$; $45 = +4,50 \times 10^{+1}$. Para ordem ou contagem (n , $n.^\circ$ de polos) escreva o inteiro.
- **Escolha múltipla**: preencha por completo o círculo da opção correta. Para emendar, risque o círculo errado com um X e preencha o correto, valendo o círculo preenchido que não está riscado.
- Use bem o **rascunho**. **Só é avaliado o que está dentro do retângulo de resolução e nas células ou círculos**; o que escrever fora não conta. Passe para a folha as respostas numéricas e os círculos preenchidos, e escreva a resolução no retângulo de forma sintética, como no exame resolvido (ver a nota de correção na última página).
- O docente só deve ser chamado quando o **enunciado** suscitar dúvida; havendo ambiguidade ou gralha, fará uma comunicação a toda a sala. Não são autorizadas perguntas como: «não me lembro desta fórmula, é mais ou menos assim?»; «como é que isto se resolve? assim está certo?»; «justifiquei assim, chega ou tenho de escrever mais?».



Grupo 1. Forno térmico

(5 valores)

Um forno térmico de 1.^a ordem (parâmetros concentrados) tem balanço de energia $C_{th} \dot{T} = Q - T/R_{th}$, onde T (°C) é a subida de temperatura acima da ambiente e Q (W) o calor fornecido. **Dados:** $R_{th} = 1,80$ °C/W, $C_{th} = 450$ J/°C, $Q_{step} = 25$ W.

Q1.1. Deduza a função de transferência $T(s)/Q(s)$ e determine o ganho estático K e a constante de tempo τ .

Resposta final:

$$K = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \times 10^{\begin{array}{|c|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \\ \hline \end{array}} \text{ °C/W}$$

$$\tau = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \times 10^{\begin{array}{|c|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \\ \hline \end{array}} \text{ s}$$

Q1.2. Para um degrau $Q_{step} = 25$ W aplicado em $t = 0$, determine a subida de temperatura em regime permanente ΔT_{∞} .

Resposta final:

$$\Delta T_{\infty} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \times 10^{\begin{array}{|c|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \\ \hline \end{array}} \text{ °C}$$



Q1.3. Determine (a) o tempo de estabelecimento a 85 % e (b) a frequência de corte.

Resposta final:

$$t_s = \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \end{array} . \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} \times 10 \text{ s}$$
$$\omega_c = \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \end{array} . \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} \times 10 \text{ rad/s}$$

Q1.4. Qual o declive da curva de amplitude do diagrama de Bode de $T(s)/Q(s)$ às baixas frequências ($\omega \ll \omega_c$)?

Resposta final:

$$\text{declive} = \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \end{array} \text{ dB/década}$$

Q1.5, escolha múltipla. Ao fim de uma constante de tempo τ , a resposta de 1.^a ordem ao degrau atingiu aproximadamente:

- ☐ (A) $\approx 50\%$ ☐ (C) $\approx 95\%$
- ☐ (B) $\approx 63\%$ ☐ (D) $\approx 99\%$



Grupo 2. Quadrotor (movimento vertical)

(4 valores)

Um quadrotor de massa m move-se verticalmente: $m\ddot{z} + d\dot{z} = u$, com z a altitude, d o atrito viscoso e u o *thrust* (força propulsora vertical), em N. **Dados:** $m = 1,50$ kg, $d = 0,75$ N·s/m, $F_{step} = 3,00$ N.

Q2.1. Deduza a função de transferência da velocidade $V(s)/U(s)$ e determine o ganho estático K_q e a constante de tempo τ_q .

Resposta final:

$$K_q = \frac{\boxed{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{}}{\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}} \times 10^{\boxed{\pm} \boxed{}} \text{ m/(N}\cdot\text{s)}$$

$$\tau_q = \frac{\boxed{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{}}{\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}} \times 10^{\boxed{\pm} \boxed{}} \text{ s}$$

Q2.2. Para um degrau de *thrust* $F_{step} = 3,00$ N, determine a taxa de subida assintótica (declive da rampa) da altitude $z(t)$.

Resposta final:

$$\text{taxa} = \frac{\boxed{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{}}{\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}} \times 10^{\boxed{\pm} \boxed{}} \text{ m/s}$$

Q2.3. Qual o declive da curva de amplitude de $Z(s)/U(s)$ (altitude) às baixas frequências?

Resposta final:

$$\text{declive} = \boxed{\pm} \boxed{} \boxed{} \text{ dB/década}$$



Q2.4, escolha múltipla. Indique a afirmação correta sobre a resposta da altitude a um degrau de *thrust* constante:

- ☐ (A) A altitude estabiliza num valor finito de regime permanente.
- ☐ (B) A altitude cresce sem limite ao longo do tempo (rampa).
- ☐ (C) Aumentar o atrito d aumenta a velocidade vertical de regime para a mesma impulsão.
- ☐ (D) O declive de Bode da altitude é -40 dB/década a todas as frequências.



Grupo 3. Análise em malha fechada

(4 valores)

Para o sistema em malha fechada com $D(s) = N(s) = 0$:

$$K(s) = \frac{65}{s(0,0105s + 1)}, \quad G(s) = \frac{1}{275s^2 + 2750s + 23500}, \quad H(s) = \frac{1}{0,120s + 1}.$$

Q3.1. Escreva o polinómio característico como $D(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i$ e determine n , a_4 e a_1 .

Resposta final:

$$n = \boxed{} \text{ (ordem)}$$
$$a_4 = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}}$$
$$a_1 = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}}$$

Q3.2. Para outro sistema com $D(s) = s^5 + 13s^4 + 49s^3 + 47s^2 + 130s + 600$, construa a tabela de Routh e indique o número de polos instáveis.

Resposta final:

$$\text{n.º de polos instáveis} = \boxed{}$$



Q3.3. Junto dos polos dominantes a malha é aproximada por $G_p(s) = \frac{85,45}{s^2 + 10,0s + 85,45}$. Determine ω_n , $|G_p(j\omega_n)|$ e $\angle G_p(j\omega_n)$.

Resposta final:

$$\omega_n = \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} . \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} \times 10 \text{ rad/s}$$

$$|G_p| = \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} . \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} \times 10$$

$$\angle G_p = \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} . \begin{array}{c} \pm \\ \boxed{} \boxed{} \end{array} \times 10 \text{ rad}$$

Q3.4, escolha múltipla. Sobre o polinómio característico $D(s)$ de um sistema, o facto de todos os seus coeficientes terem o mesmo sinal:

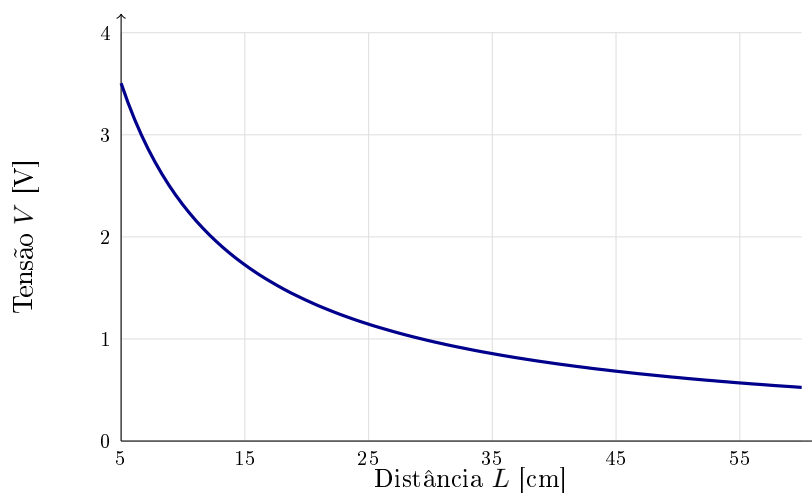
- ☐ (A) garante que o sistema é estável.
- ☐ (B) é condição necessária mas não suficiente para a estabilidade.
- ☐ (C) é condição suficiente mas não necessária para a estabilidade.
- ☐ (D) não tem qualquer relação com a estabilidade do sistema.



Grupo 4. Cadeia de medida (sensor de distância IV)

(4 valores)

Sensor Sharp com característica $V(L) = K/(L+b)$ (L em cm), $K = 34 \text{ V}\cdot\text{cm}$, $b = 4,7 \text{ cm}$. Conversor A/D de 8 bits, tensão de referência 5 V.



Característica do sensor. A curva traduz a expressão dada acima; serve para localizar o ponto de trabalho.

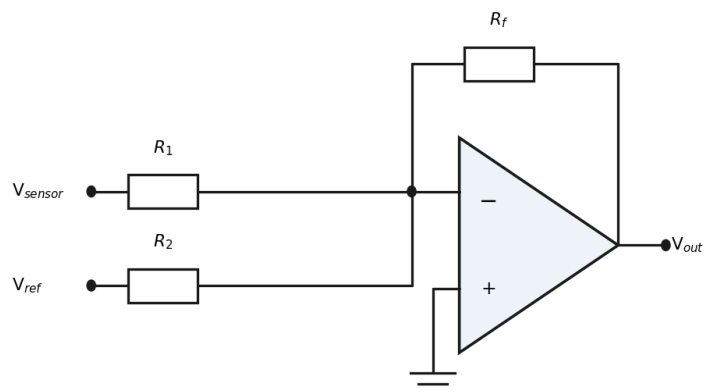
Q4.1. Linearize o sensor pela tangente em $L_0 = 20 \text{ cm}$, gama $\pm 5 \text{ cm}$, e indique as tensões mínima e máxima.

Resposta final:

$$V_{min} = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ V}$$
$$V_{max} = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ V}$$



Q4.2. A saída linearizada é condicionada para $[0, 5]$ V com o somador inversor da figura. Com $V_{ref} = -12$ V e $R_1 = 10$ k Ω , determine R_f e R_2 .



Resposta final:

$$R_f = \begin{array}{|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \times 10 \begin{array}{|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \text{ k}\Omega$$
$$R_2 = \begin{array}{|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \times 10 \begin{array}{|c|} \hline \pm \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \text{ k}\Omega$$



Q4.3. O condicionador faz corresponder toda a gama linearizada à escala completa do ADC. Determine (a) a resolução em tensão e (b) a resolução referida à distância.

Resposta final:

$$\Delta V = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ V}$$

$$\Delta L = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ cm}$$

Q4.4, escolha múltipla. Indique a afirmação correta sobre a resolução do ADC:

- ☐ (A) A resolução em tensão (volts por código) **diminui** quando o n.º de bits aumenta.
- ☐ (B) Maior resolução exige sempre maior frequência de amostragem.
- ☐ (C) O ruído de quantização é independente do n.º de bits.
- ☐ (D) O condicionamento de sinal só é necessário para sinais muito pequenos.



Grupo 5. Transformada de Laplace e convolução

(3 valores)

Q5.1. Um sinal é um degrau de amplitude $A = 3$ aplicado em $t = T = 1$ s, $f(t) = A u(t - T)$. Determine $F(s)$ e avalie em $s = 2$.

Resposta final:

$$F(2) = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}}.$$

Q5.2. Uma transformada é $Y(s) = N/(s + p)^2$, com $N = 10$ e $p = 1,2$ s⁻¹. Determine $y(t)$ e avalie em $t = 1$ s.

Resposta final:

$$y(1) = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}}.$$

Q5.3. Dados $h(t) = e^{-at}$ e $x(t) = e^{-ct}$ ($t \geq 0$), com $a = 0,8$ e $c = 2,0$ s⁻¹, calcule a convolução $y(t) = (h * x)(t)$ e avalie em $t = 1$ s.

Resposta final:

$$y(1) = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}}.$$



Nota sobre a correção (critério excecional seguido no exame de 1 de julho)

No exame de 1 de julho a correção segue este critério excecional:

- Se a **resposta enquadrada** (valor final nas células e/ou círculo preenchido) estiver **correta**, é atribuída a **cotação total** da alínea, mesmo que o retângulo de resolução esteja em branco, tal como num exame online.
- Se a resposta estiver **errada**, é analisado o conteúdo do retângulo e atribuída **cotação parcial** sempre que o raciocínio e os passos estiverem corretos.

Em consequência, **faça as contas no rascunho** e passe para a folha as **respostas numéricas** (em notação científica, nas células) e os **círculos preenchidos**. Escreva a resolução no retângulo com cuidado, para caber no espaço definido: a capacidade de síntese, sem simplificar demasiado, é desejável para uma correção eficiente. Proceda como no exame resolvido.