



Sinais e Sistemas Mecatrónicos

LEMec / LEAN. Professor responsável: Carlos Cardeira

Exame de Época Especial, 2.º Semestre 2025/2026 (2 horas, 20 perguntas, 1 valor cada)

15 de julho de 2026 **Versão 023**

Nome completo: _____

Número:

--	--	--	--	--	--

Instruções

- **Identifique todas as folhas** (incluindo esta) com o seu número e nome nos campos assinalados.
- Pode **desagrar** e entregar as folhas soltas. Faça-o com cuidado, para não rasgar as folhas nem dificultar a leitura pelo scanner automático.
- Prova sem consulta, exceto um máximo de seis páginas A4 (incluindo o formulário) que traga já preenchidas com o que achar necessário, **exceto exercícios ou exames resolvidos**.
- Escreva **a caneta** (azul ou preta).
- Só é permitido o uso de calculadoras com as **funções básicas de uma calculadora científica** (não são permitidas calculadoras programáveis, gráficas, nem com acesso a internet ou IA).
- **Cada pergunta vale 1 valor**; a cotação de cada grupo é igual ao seu número de perguntas.
- **Respostas numéricas**: escreva cada valor em **notação científica** nas células, com sinal, um algarismo, ponto, duas casas decimais e, à direita de $\times 10$, o expoente (sinal e algarismo). Exemplos: $810 = +8,10 \times 10^{+2}$; $0,0195 = +1,95 \times 10^{-2}$; $45 = +4,50 \times 10^{+1}$.
- Para **emendar uma resposta numérica**, risque as células com o valor errado e escreva o valor corrigido, em notação científica, ao lado; as emendas são conferidas à mão.
- **Escolha múltipla**: preencha por completo o círculo da opção correta. Para emendar, risque o círculo errado com um X e preencha o correto, valendo o círculo preenchido que não está riscado.
- Use bem o **rascunho**. **Só é avaliado o que está dentro do retângulo de resolução e nas células ou círculos**; o que escrever fora não conta. Passe para a folha as respostas numéricas e os círculos preenchidos, e escreva a resolução no retângulo de forma sintética, como no exame resolvido.
- As perguntas são **independentes**: cada uma resolve-se apenas com os dados do próprio enunciado, mesmo que não tenha resolvido a anterior.
- O docente só deve ser chamado quando o **enunciado** suscitar dúvida; havendo ambiguidade ou gralha, fará uma comunicação a toda a sala. Não são autorizadas perguntas como: «não me lembro desta fórmula, é mais ou menos assim?»; «como é que isto se resolve? assim está certo?»; «justifiquei assim, chega ou tenho de escrever mais?».





Grupo 1. Servo motor

(4 valores)

Um servo motor aciona uma carga rotativa. A velocidade angular $\omega(t)$ obedece ao balanço de binários $J\dot{\omega} = T - b\omega$, onde J é a inércia da carga, b o coeficiente de atrito viscoso e T o binário aplicado. Em $t = 0$ o motor parte do repouso ($\omega(0) = 0$) e aplica-se um binário constante $T = T_0$. **Dados:** $J = 0,015 \text{ kg m}^2$, $b = 0,08 \text{ N m s/rad}$, $T_0 = 0,30 \text{ N m}$.

Q1.1. Escreva a função de transferência $G(s) = \omega(s)/T(s)$ na forma $G(s) = \frac{K}{1 + \tau s}$ e determine o ganho estático K e a constante de tempo τ .

Resposta final:

$$K = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ (rad/s)/(N}\cdot\text{m)}$$

$$\tau = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ s}$$

Q1.2. Para o binário em degrau T_0 aplicado em $t = 0$, determine a velocidade angular de regime permanente ω_{ss} e a velocidade angular no instante $t = 0,22 \text{ s}$.

Resposta final:

$$\omega_{ss} = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ rad/s}$$

$$\omega(0,22) = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ rad/s}$$





Q1.3. Determine o instante t (em segundos) em que a velocidade angular atinge 80% do seu valor final.

Resposta final:

$$t = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}.\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ s}$$

Q1.4. Determine a aceleração angular inicial α_0 , isto é, o valor de $\dot{\omega}$ no instante $t = 0^+$ (imediatamente após aplicar o binário).

Resposta final:

$$\alpha_0 = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}.\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ rad/s}^2$$

Grupo 2. Sistema massa-mola-amortecedor

(5 valores)

Um sistema massa-mola-amortecedor tem a posição $x(t)$ a responder à força $F(t)$ segundo $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$, onde m é a massa, b o coeficiente de amortecimento viscoso e k a constante da mola.

Dados: $m = 2,0$ kg, $b = 18$ N s/m, $k = 200$ N/m.

Q2.1. Determine a frequência natural ω_n , o coeficiente de amortecimento ξ e o ganho estático K_{dc} .

Resposta final:

$$\omega_n = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}.\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ rad/s}$$

$$\xi = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}.\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}}$$

$$K_{dc} = \overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}.\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}} \times 10^{\overset{\pm}{\boxed{}}\overset{\pm}{\boxed{}}} \text{ m/N}$$





Q2.2. (Resposta no tempo.) Para uma força em degrau, determine o sobreimpulso M_p (em % do valor final) e o tempo de pico t_p .

Resposta final:

$$M_p = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \%$$

$$t_p = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ s}$$

Q2.3. (Resposta na frequência.) Determine a sobre-elevação M_r da curva de amplitude (em dB, relativamente ao ganho estático) e a frequência de ressonância ω_r .

Resposta final:

$$M_r = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ dB}$$

$$\omega_r = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ rad/s}$$

Q2.4. Determine a frequência natural amortecida ω_d (a frequência das oscilações da resposta ao degrau).

Resposta final:

$$\omega_d = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ rad/s}$$





Q2.5, escolha múltipla. Sobre um sistema de 2.^a ordem sub-amortecido sem zeros (apenas com dois polos), é correto afirmar:

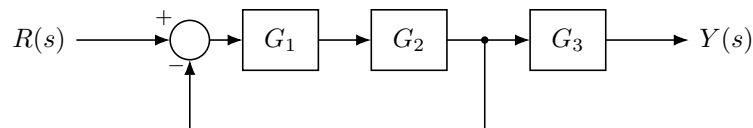
- ☐ (A) O sobreimpulso M_p depende apenas de ω_n , enquanto o coeficiente ξ afeta o tempo de pico t_p mas não o sobreimpulso.
- ☐ (B) Tanto o sobreimpulso M_p como o tempo de pico t_p dependem apenas de ξ e são independentes de ω_n .
- ☐ (C) O sobreimpulso M_p depende apenas de ξ , enquanto a frequência natural ω_n afeta o tempo de pico t_p mas não o sobreimpulso.
- ☐ (D) Tanto o sobreimpulso M_p como o tempo de pico t_p aumentam quando se aumenta o coeficiente ξ .
- ☐ (E) Nenhuma das anteriores.

Grupo 3. Diagramas de blocos

(4 valores)

Considere o diagrama de blocos da figura, com entrada $R(s)$ e saída $Y(s)$. O ramo de retorno (realimentação unitária: ligação direta que entra com sinal negativo no somador) envolve apenas G_1 e G_2 ; o bloco G_3 está em série, a seguir ao laço. Os blocos são

$$G_1 = \frac{1}{s}, \quad G_2 = \frac{36}{s+4}, \quad G_3 = \frac{3}{4}.$$



Q3.1. Reduza o diagrama à função de transferência global $\frac{Y(s)}{R(s)}$ e determine o ganho estático (o seu valor em regime permanente para uma entrada em degrau) e a frequência de ressonância ω_r da curva de amplitude.

Resposta final:

ganho = $\boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}}$

$\omega_r = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ rad/s}$





Q3.2. Aplica-se à entrada o sinal $R(t) = 2 + \cos(2t - 10^\circ)$ (com t em segundos e a fase em graus). Determine, em regime permanente, o termo constante da saída $Y(t)$, a amplitude do seu termo sinusoidal e a fase desse termo (em graus). Se não reduziu o diagrama, use $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{27}{s^2 + 4s + 36}$.

Resposta final:

$$\text{constante} = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}}$$

$$\text{amplitude} = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}}$$

$$\text{fase} = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \circ$$

Q3.3. Aplica-se agora à entrada $R(t) = 2 + \cos(6t - 10^\circ)$. Determine, em regime permanente, a amplitude do termo sinusoidal da saída e a fase desse termo (em graus). O termo constante é o mesmo da alínea anterior. Se necessário, use $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{27}{s^2 + 4s + 36}$.

Resposta final:

$$\text{amplitude} = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}}$$

$$\text{fase} = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \circ$$





Q3.4, escolha múltipla. Na redução de diagramas de blocos, é correto afirmar:

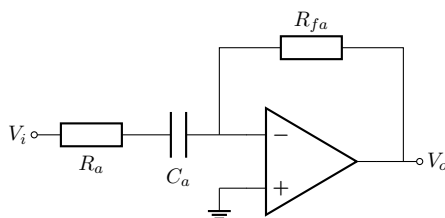
- ☐ (A) Blocos em série multiplicam-se; blocos em paralelo somam-se; um ramo direto A com retorno negativo B equivale a $\frac{A}{1 + AB}$.
- ☐ (B) Blocos em série multiplicam-se; blocos em paralelo somam-se; um ramo direto A com retorno negativo B equivale a $A(1 + AB)$.
- ☐ (C) Blocos em série multiplicam-se; blocos em paralelo somam-se; um ramo direto A com retorno negativo B equivale a $\frac{A}{1 - AB}$.
- ☐ (D) Blocos em série somam-se; blocos em paralelo multiplicam-se; um ramo direto A com retorno negativo B equivale a $\frac{A}{1 + AB}$.
- ☐ (E) Nenhuma das anteriores.

Grupo 4. Filtros ativos

(4 valores)

O amplificador operacional é ideal nos dois circuitos das figuras seguintes.

Q4.1. Para o circuito da figura, deduza a função de transferência $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ e determine a frequência de corte f_A (em Hz) e o módulo do ganho na banda de passagem. Dados: $R_a = 56 \text{ k}\Omega$, $C_a = 470 \text{ nF}$, $R_{fa} = 100 \text{ k}\Omega$.



Resposta final:

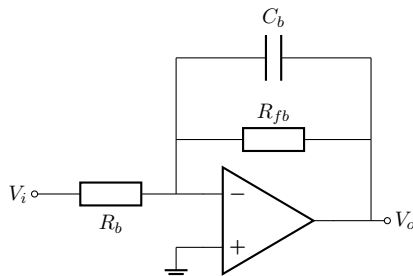
$$f_A = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ Hz}$$

$$\text{ganho} = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}}$$





Q4.2. Para o circuito da figura, deduza a função de transferência $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ e determine a frequência de corte f_B (em Hz) e o módulo do ganho na banda de passagem. Dados: $R_b = 27 \text{ k}\Omega$, $R_{fb} = 56 \text{ k}\Omega$, $C_b = 4,7 \text{ nF}$.



Resposta final:

$$f_B = \boxed{} \boxed{} . \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{} \boxed{}} \text{ Hz}$$

$$\text{ganho} = \boxed{} \boxed{} . \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{} \boxed{}}$$

Q4.3. Ligam-se os dois andares em cascata (a saída de um entra no outro). Determine o módulo do ganho na banda de passagem e a respetiva largura de banda B . Se não obteve os valores anteriores, use, para o passa-alto, $f_A = 6 \text{ Hz}$ e ganho 1,79, e, para o passa-baixo, $f_B = 605 \text{ Hz}$ e ganho 2,07.

Resposta final:

$$\text{ganho} = \boxed{} \boxed{} . \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{} \boxed{}}$$

$$B = \boxed{} \boxed{} . \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{} \boxed{}} \text{ Hz}$$





Q4.4, escolha múltipla. Associam-se em cascata o filtro passa-alto (frequência de corte f_A) e o filtro passa-baixo (frequência de corte f_B), com $f_A < f_B$. É correto afirmar:

- ☐ (A) Resulta um filtro passa-banda; a frequência de corte do passa-baixo fixa o limite inferior e a do passa-alto o limite superior da banda de passagem.
- ☐ (B) Resulta um filtro passa-banda; a frequência de corte do passa-alto fixa o limite inferior e a do passa-baixo o limite superior da banda de passagem.
- ☐ (C) Resulta um filtro passa-tudo; as duas frequências de corte cancelam-se e o ganho fica constante em toda a gama de frequências.
- ☐ (D) Resulta um filtro rejeita-banda; a frequência de corte do passa-alto fixa o limite superior e a do passa-baixo o limite inferior da banda rejeitada.
- ☐ (E) Nenhuma das anteriores.

Grupo 5. Questões teóricas

(3 valores)

Q5.1, escolha múltipla. Na tabela de Routh-Hurwitz de um sistema, o número de mudanças de sinal ao longo da primeira coluna é igual:

- ☐ (A) ao número total de polos do sistema, sejam eles estáveis ou instáveis.
- ☐ (B) ao número de polos situados sobre o eixo imaginário do plano complexo.
- ☐ (C) ao número de polos com parte real negativa, ou seja, ao número de polos estáveis.
- ☐ (D) ao número de polos com parte real positiva, ou seja, ao número de polos instáveis.
- ☐ (E) Nenhuma das anteriores.

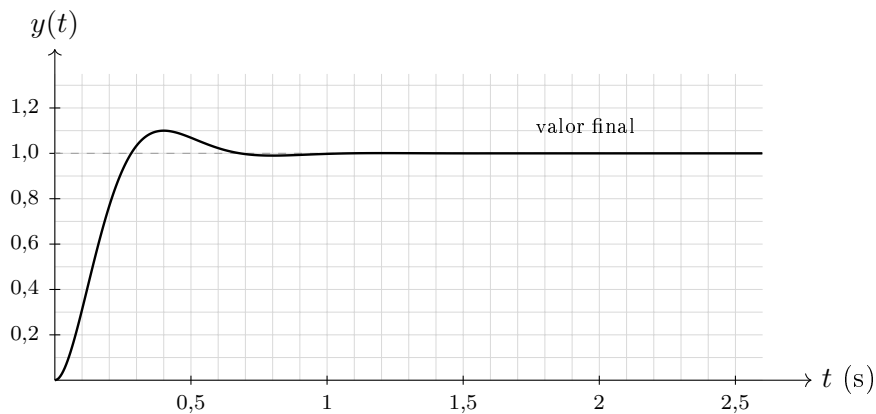
Q5.2, escolha múltipla. Num conversor analógico-digital de n bits com gama de entrada fixa, ao acrescentar mais um bit:

- ☐ (A) o número de níveis duplica e o intervalo de quantização reduz-se para metade.
- ☐ (B) o número de níveis mantém-se e o intervalo de quantização não se altera.
- ☐ (C) o número de níveis reduz-se para metade e o intervalo de quantização também.
- ☐ (D) o número de níveis duplica e o intervalo de quantização também duplica.
- ☐ (E) Nenhuma das anteriores.





Q5.3. A figura mostra a resposta ao degrau unitário de um sistema de 2.^a ordem sem zeros, que tende para o valor final 1. Leia no gráfico o instante de pico t_p e o sobreimpulso M_p (relativamente ao valor final) e, a partir deles, determine o coeficiente de amortecimento ξ e a frequência natural ω_n .



Resposta final:

$$\xi = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}}$$

$$\omega_n = \boxed{}^{\pm} \boxed{} \cdot \boxed{} \boxed{} \times 10^{\boxed{}^{\pm} \boxed{}} \text{ rad/s}$$

